



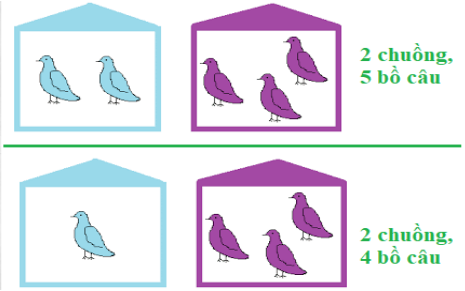
**CUỘC THI  
THỬ THÁCH TOÁN HỌC CÙNG KHOA TOÁN VÀ THỐNG KÊ  
NĂM 2023**

**Đợt 1, Tuần 2 (Từ 22/3 đến 28/3/2023)**

**Thời gian nộp bài:** Trước 22h, ngày 28/03/2023

**Câu 1.** Xem hình và cho biết:

- a) Ông là ai ?
- b) Tóm tắt một số nét chính (5-10 câu) về sự nghiệp Toán học của Ông.



Nguồn: internet

**Câu 2.** Cho đa giác lồi  $G$  có 2024 cạnh. Gọi  $X_n$  là tập chứa  $n \geq 2$  cạnh hoặc đường chéo của  $G$  sao cho hai đoạn bất kì trong  $X_n$  đều có điểm chung. Hỏi giá trị lớn nhất của  $n$  là bao nhiêu mà tập  $X_n$  tồn tại?

**Câu 3.** a) Tìm ước chung lớn nhất của 2023 và 357, ta ký hiệu là  $\gcd(2023, 357)$ , bằng phương pháp phân tích hai số này ra thừa số nguyên tố.

b) Cho hai số nguyên dương  $a$  và  $b$ . Theo Định lý phép chia với dư, ta luôn tìm được hai số nguyên  $q$  và  $r$  sao cho

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b.$$

Chứng minh rằng  $\gcd(a, b) = \gcd(b, r)$ . Áp dụng kết quả này để tìm  $\gcd(2023, 357)$ .

c) Tìm  $\gcd(14032023, 357357)$  bằng hai cách trên đây. Nêu nhận xét của anh chị về thời gian giải quyết bài toán tìm  $\gcd(a, b)$  của mỗi cách khi  $a$  và  $b$  rất lớn.

**Câu 4.** Cho  $\alpha > 0$  và dãy số  $(u_n)_{n=1}^{\infty}$  xác định bởi

$$u_1 = 1, \quad u_{n+1} = \left( \sum_{k=1}^n u_k \right)^{1/\alpha}, \quad \forall n \geq 1.$$

Tìm tất cả các giá trị của  $\alpha$  sao cho dãy số  $(\frac{u_n}{n})_{n=1}^{\infty}$  có giới hạn hữu hạn.

**Câu 5.** Xác định hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0; 2]$  thỏa mãn  $f(2) = 0$  và

$$\int_0^2 [f'(x)]^2 dx = 24 - 9 \ln 2, \tag{1}$$

$$\int_0^2 \frac{f(2-x)}{(3-x)^2} dx = 8 - 3 \ln 9. \tag{2}$$

**Câu 6.** Trong không gian, cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  lần lượt nằm trong hai mặt phẳng  $\alpha$  và  $\alpha'$  song song nhau, và một đường thẳng  $d$ . Hãy dựng một đường thẳng  $\Delta$  song song với  $d$  và cắt hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$ .

Ghi chú:

- Đề gồm 06 câu, mỗi câu 10 điểm.

- Với mỗi câu, khuyến khích học sinh có lời bình hoặc mở rộng kết quả sau khi đã đưa ra lời giải của mình.